レッスン 5004 三角形の相似の証明①

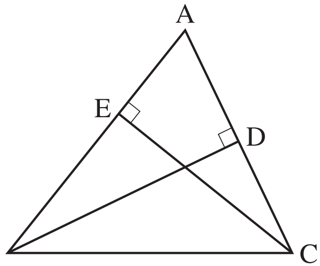
ポイント

● 2つの三角形が相似であることを証明するとき，次のように証明を進める

（例）
△OAB と △ODC において ←証明したい2つの三角形を書く
仮定より
$OA : OD = 4 : 6 = 2 : 3$ …①
$OB : OC = 10 : 15 = 2 : 3$ …②
対頂角は等しいから
$\angle AOB = \angle DOC$ …③
（以上，根拠とともに等しい辺の比や角を示す）
①，②，③より，2組の辺の比とその間の角がそれぞれ等しいから（相似条件を述べる）
△OAB ∽ △ODC （証明終） ←結論を述べる

問題

右の図のような△ABC で，点 D，E はそれぞれ点 B，C から辺 AC，AB にひいた垂線と辺との交点であるとき，△ABD ∽ △ACE であることを証明したい。このとき，空欄 (1) ～ (3) を埋めなさい。

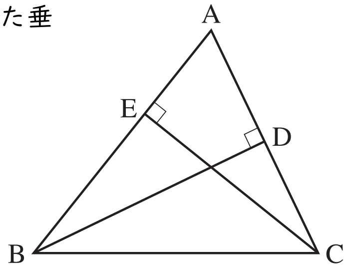


【証明】
△ABD と △ACE において
仮定より，点 D，E はそれぞれ点 B，C から辺 AC，AB にひいた垂線と辺との交点であるから
$\angle ADB =$ [(1)] $= 90^\circ$ …①
また
[(2)] …②
①，②より，[(3)] から
△ABD ∽ △ACE （証明終）

解答

△ABC と △ACE において

仮定より点 D，E はそれぞれ点 B，C から辺 AC，AB にひいた垂線と辺との交点であるから



∠ADB ＝ [(1)　∠AEC] ＝ 90° …①

また

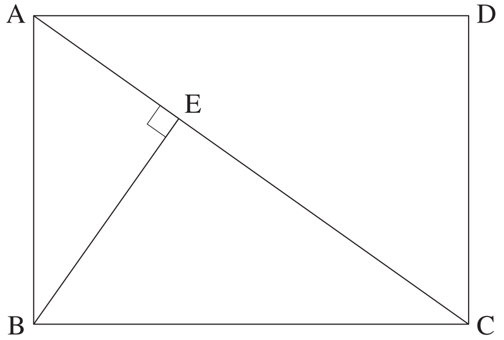
[(2)　∠A は共通] …②

①，②より，[(3)　2 組の角がそれぞれ等しい] から

△ABD ∽ △ACE （証明終）

確認テスト　三角形の相似の証明①

次の図の長方形 ABCD において，頂点 B から対角線 AC に垂線 BE をひくと，△ABE ∽ △CAD であることを次のように証明したい。このとき，空欄 [(1)] ～ [(3)] を埋めなさい。



【証明】

△ABE と △CAD において，

仮定より，

∠AEB ＝ 90°

四角形 ABCD は長方形だから

[(1)] ＝ 90°

よって

∠AEB ＝ [(1)] ＝ 90° …①

AB // DC で，平行線の錯角は等しいから

∠BAE ＝ [(2)] …②

①，②より，[(3)] から

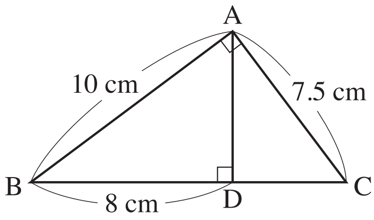
△ABE ∽ △CAD （証明終）

レッスン 5005

三角形の相似の証明②

問題

右の図について，次の問いに答えなさい。

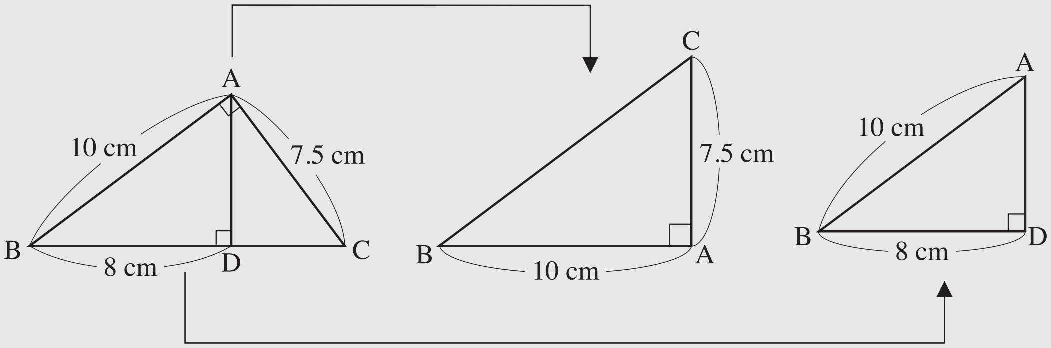


(1) BC の長さを求めなさい。

(2) AD の長さを求めなさい。

ポイント

● 2 つの三角形が相似であることを示せれば，対応する辺の長さの比はすべて等しいことを利用して，線分の長さを求めることができる



解答

(1) $\angle BAC = \angle BDA = 90°$

$\angle B$ は共通

だから，2 組の角がそれぞれ等しいので

$\triangle ABC \backsim \triangle DBA$

よって，対応する辺の比は等しいので

$BA : BD = BC : BA$

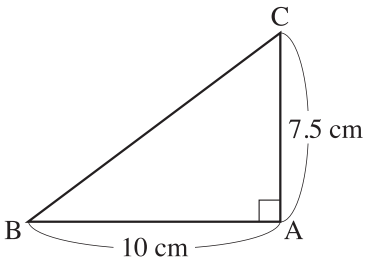
$10 : 8 = BC : 10$

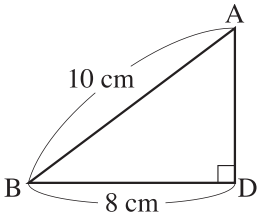
$8 \times BC = 10 \times 10$

$8BC = 100$

$BC =$ **12.5（cm）** …（答）

(1)

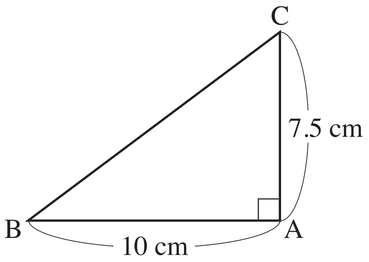


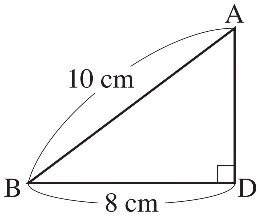


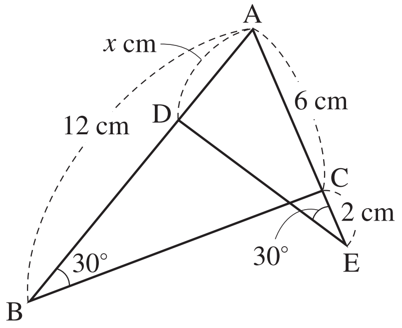
(2) △ABC ∽ △DBA より，対応する辺の比は等しいので

$$\begin{aligned} CA : AD &= BA : BD \\ 7.5 : AD &= 10 : 8 \\ AD \times 10 &= 7.5 \times 8 \\ 10AD &= 60 \\ AD &= \mathbf{6\ (cm)} \end{aligned}$$ …(答)

(2)





確認テスト　三角形の相似の証明②

次の図について，x の値を求めなさい。